

AGREGATION DE VARIABLES : APPLICATIONS AUX PECHERIES ET EN EPIDEMIOLOGIE

Rachid Mchich

Equipe de Recherche : Modélisation en Economie et Gestion (ERMEG)
ENCG Tanger

RESUME

Les systèmes dynamiques font intervenir, en général, des équations non linéaires, et peuvent contenir un grand nombre de variables. Ces dernières sont liées à la structure de la population étudiée, à l'hétérogénéité du milieu et à différents états des espèces considérées. Aussi, une étude analytique directe peut-elle s'avérer très difficile. Les simulations numériques, quant à elles, peuvent donner des informations sur la dynamique, encore faudrait-il que les paramètres exogènes soient fiables pour une description détaillée de la dynamique du système complet.

En fait, dans ce genre de systèmes dynamiques à grand nombre de variables, seules quelques unes présentent, en général, un intérêt particulier dans la dynamique globale. Les populations considérées peuvent être structurées en classes d'âges, en stades physiologiques, en différents états, ou encore distribuées dans l'espace ou dans le temps. De ce fait il est possible de les subdiviser en sous-populations correspondant par exemple à des sous-milieus. Ces sous-populations correspondent à un âge précis, à un site précis dans l'espace, ou à un état ou une activité particulière. Ces systèmes présentent une structuration hiérarchique en populations structurées en sous-populations elles même structurées à leur tour plus finement et ainsi de suite. Ces niveaux de structuration hiérarchique correspondent au niveau de l'individu, de la sous-population, de la population, de la communauté et de l'écosystème.

D'autre part, les interactions au sein de chacune des sous-populations sont en général plus rapides que la dynamique au niveau des populations. Donc, deux échelles de temps apparaissent: un temps rapide pour les interactions dans les sous-populations, et un temps lent pour la dynamique globale de la population.

Pour étudier ce genre de systèmes hiérarchiques, nous allons tenir compte de l'existence de ces deux échelles de temps, mettre le système sous une "forme adaptée" et considérer des hypothèses adéquates, tout ceci dans le but de réduire le nombre d'équations et de variables du système, et de faire émerger ce qui est communément appelé: un *système agrégé*. Ce dernier est en fait, un système réduit (en équations et en variables) par rapport au système initial considéré, mais qui décrit les phénomènes dus à l'hétérogénéité du milieu. La méthode d'agrégation que nous allons présenter est basée sur des techniques de perturbation et de l'application d'une version adéquate du théorème de la variété centrale. Cette méthode d'agrégation a été développée par P. Auger, R. Roussarie et J.C. Poggiale [1, 4, 5, 6, 13, 14], et est basée sur un théorème de variété centrale, dû à Fenichel [8].

Des applications en gestion de pêcheries et en épidémiologie seront aussi données et étudiés ([2, 3, 7, 11, 12]).

REFERENCES :

- [1] Auger, P. and Bravo de la Parra, R., 2000. Methods of Aggregation of Variables in Population Dynamics. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, série III, Paris*. 323, 665-674.
- [2] Auger, P., Mchich, R., Chowdhury, T., Sallet, G., Tchuente, M. and Chattopadhyay, J., 2009. Effects of a disease affecting a predator on the dynamics of a predator-prey system. *Journal of Theoretical Biology*, Volume 258, Issue 3, 7 June 2009, Pages 344-351.
- [3] Auger, P., Mchich, R., Raïssi, N., & Koi, B., 2010. Effects of market price on the dynamics of a spatial fishery model: Over-exploited fishery/traditional fishery. *Ecological Complexity*. Vol. 7, Issue 1, pp. 13-20.
- [4] Auger, P. and Poggiale, J.C., 1996a. Emergence of Population Growth Models : Fast Migration and Slow Growth. *Journal of theoretical Biology*, 182 : 99-108.
- [5] Auger, P. and Poggiale, J.C., 1996b. Aggregation and Emergence in Hierarchically Organised Systems : Population Dynamics. *Acta Biotheoretica* 44 : 301-316.
- [6] Auger, P. and Roussarie, R., 1994. Complex Ecological Models With Simple Dynamics : From Individuals to Population. *Acta Biotheoretica* 42 : 111-136.
- [7] Charouki, N., Raïssi, N., Auger, P., Mchich, R. & Atmani, H., 2011. A management oriented competitive model with two time scales: The case of sardine fishery along the Atlantic coast between Cantin Cape and Blanc Cape. *Ecological Modelling*, Vol. 222, Issue 6, pp. 1253-1261.
- [8] Fenichel, N., 1971. Persistence and Smoothness of Invariant Manifolds for Flows. *Indiana University Mathematical Journal* 21 : 193-226.
- [9] Iwasa, Y., Andreasen, V. and Levin, S.A., 1987. Aggregation in model ecosystems I. Perfect aggregation, *Ecological Modelling*, 37 : 287-302.
- [10] Iwasa, Y., Levin, S.A. and Andreasen, V., 1989. Aggregation in model ecosystems II. Approximate aggregation. *IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine and Biology*, 6 : 1-23.
- [11] Mchich, R., Auger, P., Bravo de la Parra, R. & Raïssi, N., 2002. Dynamics of a fishery on two fishing zones with fish stock dependent migrations: Aggregation and control. *Ecological Modelling*, Vol. 158, Issue 1-2, pp. 51-62.
- [12] Mchich, R., Auger, P. & Raïssi, N., 2005. The stabilizability of a controlled system describing the dynamics of a fishery. *Comptes Rendus Biologies*, Volume 328, Issue 4, pp. 337-350.
- [13] Michalski, J., Poggiale, J.C., Arditi, R. and Auger, P.M., 1997. Macroscopic Dynamic Effects of Migrations in Patchy Predator-Prey Systems. *Journal of theoretical Biology* 185 : 459-474.
- [14] Poggiale, J.C., 1994. Applications des variétés invariantes à la modélisation de l'hétérogénéité en dynamique des populations. PhD thesis at Bourgogne University, Dijon.