



Université Abdelmalek Essaadi
Faculté Polydisciplinaire de Larache
Filière : SMP
Matière : Analyse Mathématique I

Professeur : Mme. Fatima GHAFRANI

TD3 sur les développements limités.

Exercice 1 :

Déterminer les développements limités à l'origine, à l'ordre $n = 5$, des fonctions :

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (\cos x)(\sin x - x) \quad (\sin x)(\cos x - 1)$$

En déduire celui de $3(\cos x)(\sin x - x) - (\sin x)(\cos x - 1)$

Exercice 2 :

Déterminer le développement limité à l'origine, des fonctions suivantes:

a) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ à l'ordre $n = 4$.

b) $\frac{1}{1-x} - e^x$ à l'ordre $n = 3$.

c) $\frac{\ln(1+x)}{(1+x)^2}$ à l'ordre $n = 4$.

d) $\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$ à l'ordre $n = 3$.

e) $\ln(e+x)$ à l'ordre $n = 3$.

Exercice 3 :

Calculer, en utilisant les développements limités, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}} \quad a, b > 0$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x}} - \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$