

**TD 3**

**Exercice 1 :** Pour chacune des fractions rationnelles suivantes, déterminer les pôles et leurs ordres, donner la forme de la décompositions en éléments simples, on ne cherchera pas à calculer les coefficients décompositions (distinguer les cas  $\mathbb{R}(X)$  et  $\mathbb{C}(X)$ ):

$$F_1(X) = \frac{X}{X^4-1} \qquad F_2(X) = \frac{X^2-3X+2}{X^4-1}$$

$$F_3(X) = \frac{X^2}{(X^2-1)(X^2+X+1)^2} \qquad F_4(X) = \frac{(X+1)^4}{X^3+X^2+X}$$

**Exercice 2 :** Décomposer en éléments simples sur  $\mathbb{C}(X)$  puis  $\mathbb{R}(X)$  la fraction rationnelle

$$F = \frac{X + 1}{X^2(X^2 + 1)}$$

**Exercice 3 :** Soit la fraction rationnelle :  $F(X) = \frac{X-1}{(X-2)^4(X-3)}$

1. Déterminer la partie principale relative au pôle 2 en utilisant la division suivant les puissances croissantes
2. En déduire la décompositions en éléments simples de  $F$  dans  $\mathbb{R}(X)$ .

**Exercice 4 :** On considère la fraction rationnelle à coefficients réels

$$F = \frac{4X}{(X - 1)^2(X^2 + 1)}$$

1. Déterminer la partie entière de  $F$ .
2. Déterminer la partie pôlaire de  $F$  relative au pôle 1.
3. Décomposer en éléments simples de  $F$  dans  $\mathbb{R}(X)$ .
4. Décomposer en éléments simples de  $F$  dans  $\mathbb{C}(X)$ .

**Exercice 5 :**

Décomposer en éléments simples sur  $\mathbb{R}(X)$  les fractions rationnelles suivantes :

1.  $F(X) = \frac{6X^3+3X^2-5}{X^4-1}$
2.  $F(X) = \frac{1}{X^4+X^2+1}$
3.  $F(X) = \frac{7X^3+2X^2+15X+6}{(X^2+X-2)(X^2+4)}$
4.  $F(X) = \frac{2X^6+5X^5+3X^4+5X^3+4X^2+7X+1}{(X+2)(X^4+X^2+1)}$
5.  $F(X) = \frac{16(X^2-X+2)}{(X+1)^3(X-1)^4}$
6.  $F(X) = \frac{X+2}{X^4(1-X^4)}$