



Université Abdelmalek Essaadi  
Faculté Polydisciplinaire de Larache  
Filière : SMP  
Module M12: Analyse 2

Professeur : Mme. Fatima GHAFRANI

### TDs sur les séries entières et de Fourier

#### Exercice 1 :

Donner le rayon et le domaine de convergence des séries entières  $\sum_{n \geq 1} a_n x^n$  dans les cas suivants :

1.  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

2.  $a_n = \frac{(2n)!}{(n)!^2}$

3.  $a_n = \frac{(-1)^n}{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}$

4.  $a_n = n^n$

5.  $a_n = (-1)^n (n+3)!$

#### Exercice 2 :

Donner le rayon de convergence des séries entières suivantes :

1.  $\sum_{n \geq 1} (1 + \frac{1}{n})^{n^2} x^n$

2.  $\sum_{n \geq 1} n x^n \ln(n)$

3.  $\sum_{n \geq 1} (\frac{nx}{n+1})^n$

4.  $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{2n+1}$

5.  $\sum_{n \geq 1} \frac{a^n}{1+b^n} x^n$  où  $a$  et  $b \in \mathbb{R}_*^+$

#### Exercice 3 :

Développer en série de Fourier la fonction  $2\pi$ -périodique définie par :

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 & \text{pour } 0 \leq x < \pi \\ f(x) &= 0 & \text{pour } \pi \leq x < 2\pi \end{aligned}$$

#### Exercice 4 :

1. Développer en série de Fourier la fonction  $f$ , impaire,  $2\pi$ -périodique définie par  $f(x) = \pi - x$  pour  $0 < x < \pi$ .

2. En déduire la somme  $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ .